

שדות אלקטרומגנטיים

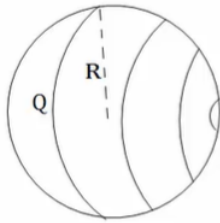
פרק 3 - חוק גאוס- מתוך פיזיקה 2 למי שצריך רענון

תוכן העניינים

1. הסברים בסיסיים.....1
2. תרגול נוסף.....4

הסברים בסיסיים:

שאלות:



- (1) שדה של קליפה כדורית
נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R .
מצא את השדה.



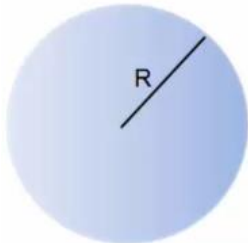
- (2) שדה של תיל אינסופי
נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ .
מצא את השדה במרחב.



- (3) שדה של גליל אינסופי
נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס R .
מצא את השדה במרחב.



- (4) שדה של לוח אינסופי
נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ .
מצא את השדה במרחב.



- (5) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה
נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור r קבוע ונתון: $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$.
מצא את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).



- (6) לוח עם עובי
נתון מישור בעל שטח A ועובי d .
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה ליחידת נפח ρ .

- א. מצא את השדה רחוק מאוד מהמישור.
ב. מצא את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0 < \frac{d}{2}$, מצא את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

**(7) מישור עבה עם צפיפות משתנה**

מישור אינסופי בעובי $2d$ טעון בצפיפות מטען

משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.

ציר ה- z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור (המישור אינסופי ב- x, y , ראה ציור).

א. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראה שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצא את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{V} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

**(8) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית**

מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען

כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$, A קבוע נתון.

מצא את השדה החשמלי בכל המרחב שיוצר המטען במישור.

תשובות סופיות:

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{KQ}{r^2} \hat{r} & R < r \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \hat{r} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{kQ_{in}}{r^2} \hat{r} & r > R \\ \frac{\rho_0}{4\pi\epsilon_0} r^2 \hat{r} & r < R \end{cases} \quad (5)$$

$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{|e|\rho}{\epsilon_0 m}} t\right) \quad \text{ג.} \quad \vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z > \frac{d}{2} \\ -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} \hat{z} & z < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{kpdA}{r^2} \hat{r} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} A \cdot z^7 \hat{z} \quad \text{א.} \quad \text{ב. שאלת הוכחה.} \quad \text{ג. שאלת הוכחה.} \quad (7)$$

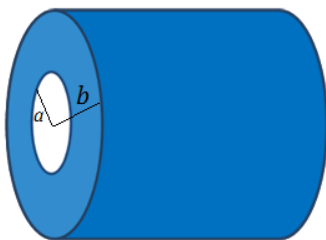
$$\vec{E} = -\frac{A}{\epsilon_0 z} \left[\left(\frac{d}{2} \right)^2 - z^2 \right] \hat{z} \quad (8)$$

תרגול נוסף:

שאלות:



- (1) שתי קליפות גליליות חלולות
נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות
בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1 .
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2 .
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

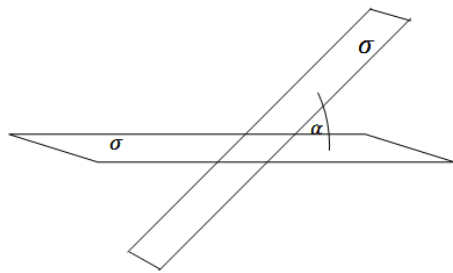


- (2) קליפה גלילית עבה
קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a ,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r) = \frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו- r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.
א. מצא את המטען הכולל בקליפה.
ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a, b$.



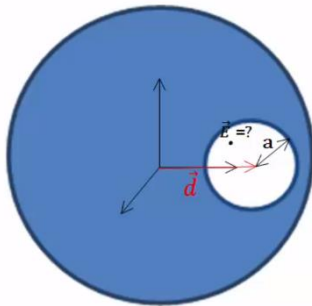
- (3) משטח ושתי קליפות כדוריות
שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים
שונים $a < b$, נמצאות במרחק $d > 2b$
אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים q_1, q_2 בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת
לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור
אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ .
מצא את השדה בנקודות הבאות.
א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a .
ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b .
ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

(4) שני מישורים בזווית



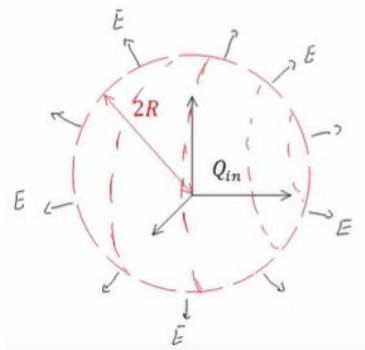
שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ . המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.
א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.
ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

(5) כדור עם חור



בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a .
המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d .
מצא את השדה החשמלי בתוך החלל.

(6) מטען כלוא

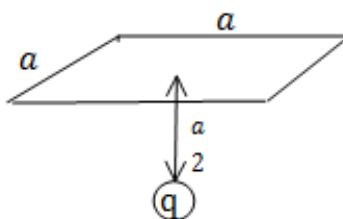


נתונה פונקציית השדה החשמלי

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 (r^2 + R^2)} \hat{r}$$

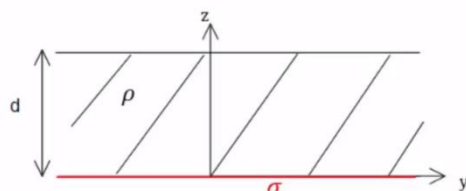
במרחב: ρ_0 , R קבועים נתונים, ו- r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות, מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

(7) שטף דרך משטח ריבועי



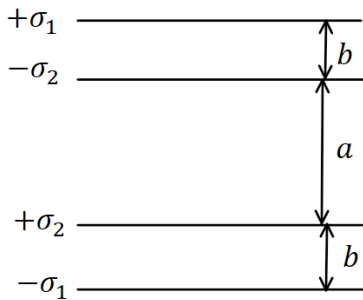
מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q .

(8) מישור עבה צמוד למישור דק



מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור $x-y$.
מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ , מונח מעל

המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור $x-y$).
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

(9) ארבעה לוחות

במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות טעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05 \frac{C}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02 \frac{C}{m^2}$. המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3 \text{ c.m}$, $b = 1 \text{ c.m}$. כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

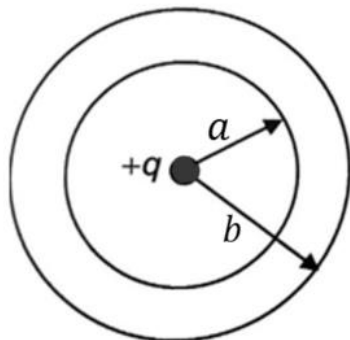
- מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).
- משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).
- מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

(10) מלוח אל לוח

- שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: ($q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).
- כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?
 - מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?
 - מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

(11) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

- קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי. במרכזו של החלל הכדורי ($r = 0$) מצוי מטען נקודתי $+q$. מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

$$\vec{E} = (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \frac{1}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (1)$$

$$\vec{E} = \frac{C(b-a)}{\epsilon_0 r} \hat{r} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + 0 + \left(-\frac{kq_1}{d^2} \hat{z} \right) \quad \text{ב.} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} + \frac{kq_2 \hat{z}}{d^2} + 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} - \frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}} \hat{z} - \frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}} \hat{z} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) + \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{בין המישורים :} \quad (4)$$

$$\vec{E}_T = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} ((1 + \cos \alpha) - \sin \alpha \hat{y}) \quad \text{מעל המישורים :}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{d} \quad (5)$$

$$\frac{16}{5} \pi \rho_0 R^3 \quad (6)$$

$$\phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{kqa}{2 \left(x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dx dy \quad (7)$$

$$\frac{q}{3\epsilon_0} \quad (8)$$

$$\vec{E} = -5.65 \cdot 10^q \frac{N}{C} \hat{y} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad 2.53 \cdot 10^{-11} J \quad \text{ג.} \quad v = 1.04 \cdot 10^8 \frac{m}{sec} \quad (9)$$

$$t \approx 1.1 \cdot 10^{-12} sec \quad \text{א.} \quad V(t) = 3.65 \cdot 10^9 \frac{m}{sec} \quad \text{ב.} \quad (10)$$

$$E_k = 6.06 \cdot 10^{-12} J \quad \text{ג.}$$

$$\alpha = \frac{q}{2\pi a^2} \quad (11)$$